EXERCICE N°1 : 6 points 35 '

1)Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et les inéquations suivantes :

a) $\ln(x^2-1)=1$. b) $\ln(3x-1)=\ln(4x-1)$ c) $\ln(x-1)=-5$.

d) $2(\ln x)^2-\ln x-1=0$. e) $2\ln x<1$. f) $\ln(2x^2+3x+1)<0$

2) Calculer $f'(x)$ en précisant la domaine de dérivabilité :

a) $f(x)=x-4+\dfrac{\ln x}{4}$. b) $f(x)=x\ln x-x$ c) $f(x)=\ln(x^2+3x)$. d) $f(x)=\ln|\cos x|$.

3) Déterminer la forme générale des primitives de chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x)=\dfrac{x}{x^2-1}$ sur $]1,+\infty[$. b) $f(x)=\dfrac{1+x}{1-x}$ sur $]1,+\infty[$. c) $f(x)=x-1+\dfrac{\ln x}{x}$ sur $[1,+\infty[$.

EXERCICE N°2: 6 points 25 '

$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x}-\ln x$; $\lim\limits_{x\to+\infty}x\ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$; $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{x}}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{x}}$; $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{3\ln x-1}{2\ln x+2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}x\ln\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)$;

$\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\ln\left(\frac{x}{2}\right)}{x-2}$; $\lim\limits_{x\to0^+}x\sqrt{3+2(\ln x)^2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{\sqrt[3]{x}}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(1+x^2-x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(1+\ln x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(\cos x)}{x}$;

$\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{\ln(1-\sqrt{x})}{x}$.

EXERCICE N°3 : 6 points 35 '

I/ Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : g(x) = x^2-1 + ln x

1/ Dresser le tableau de variation de g

2/ Calculer g (1) et en déduire le signe de g(x) pour x de $]0,+\infty[$

II/ Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ *par* $f(x)=x-1-\dfrac{\ln x}{x}$.

On désigne par (ζ_f) sa courbe représentative dans un R.O.N $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité 2 cm)

1/a) Montrer que f est dérivable sur $]0,+\infty[$ et que : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

b) En déduire le tableau de variation de f.

Tous droits réservés © TakiAcademy.com

2/a) Montrer que la droite (Δ) d'équation : y = x - 1 est une asymptote à (ζ_f)

b) Etudier la position de (ζ_f) par rapport à (Δ)

3/ Tracer (Δ) et (ζ_f)

4/ Soit h la restriction de f à l'intervalle $I=[1,+\infty[$

a) Montrer que h réalise une bijection de I sur un intervalle J que l'on précisera

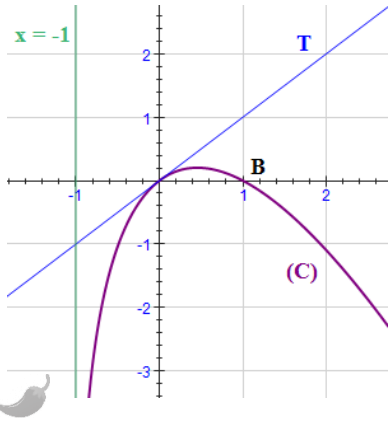
b) Soit h^{-1} la bijection réciproque de h ;
Tracer dans le même repère que (ζ_f), la courbe représentative $(\zeta_{h^{-1}})$ de h^{-1}

5/ Donner la primitive F de f sur $]0,+\infty[$ qui s'annule en 1

EXERCICE N°4 : 3 points 20 '

1) La fonction f représentée ci-dessous par la courbe (C) est définie sur $]-1,+\infty[$ par $f(x)=(ax+b)\ln(x+1)$ où a et b sont deux constantes.

La courbe (C) passe par le point B(1,0) et admet à l'origine une tangente T d'équation y = x. Déterminer les réels a et b



2) Soit la fonction F définie sur $]-1,+\infty[$ par

$$F(x)=\frac{x^2}{4}-\frac{3x}{2}-(\frac{x^2}{2}-x-\frac{3}{2})\ln(x+1)$$

Montrer que la fonction F est une primitive de f qui s'annule en 0.

EXERCICE N°5 : 5 points 30 '

On Considère une fonction f définie, continue et dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ et dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$	$-$		0	$+$		$+$	
$f(x)$	1	↘	0	↗	$+\infty$	$-\infty$ ↗	-3

On note (ζ_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ Répondre par **vrai** ou **faux** sans justification

a) 0 est un minimum local de f

b) La droite d équation :x = 2 est une asymptote à (ζ_f)

c) La droite d équation : y = -3 est une asymptote à (ζ_f)

d) La courbe (ζ_f) admet une asymptote oblique

2/ Déterminer le signe de f(x) pour $x\in]-\infty,2[\cup]2,+\infty[$

3/ Soit la fonction g définie par $g(x)=\ln(|f(x)|)$

a) Montrer que g est définie sur l'ensemble $\mathbb{R}\setminus\{-1,2\}$

b) Donner le tableau de variation de g

Donner une allure de la courbe (ζ_g) de g dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Tous droits réservés © TakiAcademy.com